

文章编号 1004-924X(2011)08-1982-08

运动模糊退化图像的双字典稀疏复原

冯 亮^{1,2}, 王 平^{1*}, 许廷发^{1,2}, 石明珠^{1,2}, 赵 峰³

- (1. 北京理工大学 光电学院, 北京 100081;
2. 北京理工大学 光电成像技术与系统教育部重点实验室, 北京 100081;
3. 桂林电子科技大学, 广西 桂林 541004)

摘要:为了消除图像中的运动模糊,提出了一种稀疏理论框架下的双字典稀疏复原方法,并分析了冗余字典的选取和迭代算法的实现。首先,建立了稀疏变换下的退化和复原模型,用 Haar 系数冗余字典将图像稀疏化,并用 PCD 阈值迭代算法对模糊图像进行收敛,得到复原图像。由于在有效去除复原图像的模糊的同时噪声在迭代过程中被放大并叠加在图像上,故从清晰图像库中训练了一个冗余字典进行第二次稀疏收敛来去除模糊中被加权的噪声。实验结果表明,本文的方法对模糊退化图像有很好的复原效果,不仅有效地去除了运动模糊和噪声,并能一定程度上保留边缘细节。最后拓展了两层稀疏优化模型,为以后在稀疏框架下的图像复原提供了新的思路。

关键词:图像复原;稀疏表示;冗余字典;Haar 小波;范数;迭代收缩算法

中图分类号:TP391.4 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20111908.1982

Dual dictionary sparse restoration of blurred images

FENG Liang^{1,2}, WANG Ping^{1*}, XU Ting-fa^{1,2}, SHI Ming-zhu^{1,2}, ZHAO Feng³

- (1. *School of Optics and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*
 2. *Key Laboratory of Photoelectronic Imaging Technology and System of the Ministry of Education of China, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;*
 3. *Guilin University of Electronic Science and Technology, Guilin 541004, China)*
- * *Corresponding author, E-mail: wangp@bit.edu.cn*

Abstract: An image restoration method based on a dual dictionary was presented under the framework of sparse theory, and the choice of overcomplete dictionaries and the implementation of iteration methods were analyzed. Firstly, the degradation and the restoration models in the sparse theory were established, then the dictionary constructed by Haar coefficients was used to sparse the blurred image and shrink the image with Parallel Coordinate Decent (PCD) iteration algorithm to obtain the elementary deblurred image, in which the blur was removed efficiently, but the noise was weighted and added. For removing the weighted noise, the secondary dictionary from an image database was trained to shrink the deblurred image and get the final result. The results shows that the proposed method can restore the motion-blurred image efficiently, remove motion blur and noise and reserve the edge detail

收稿日期:2011-06-09; **修订日期:**2011-07-01.

基金项目:国家自然科学基金重点项目(科学仪器专项)(No. 61027002); 国家 973 重点基础研究发展计划资助项目(No. 2009CB72400603); 国家自然科学基金资助项目(No. 60972100)

in some extents. Finally the two-level sparse optimization model was expanded and a new idea for the image restoration was presented under the sparse framework.

Key words: image restoration; sparse representation; overcomplete dictionary; Haar wavelet; norm; iteration shrink/threshold algorithm

1 引言

运动模糊是在相机曝光时间内,相机和场景之间发生相对运动的结果,运动模糊严重影响成像的质量。减小运动模糊的方法有很多种,大体可以分为两类:硬件补偿和图像复原。T. Hamamoto 和 K. Aizawa 在文献[1]中设计了一种特殊的 CMOS 传感器,它们能在检测到运动的区域选择性地停止电荷积分。Ben-Ezra 等人组建了一个混合系统获取相机运动轨迹用来精确估计模糊核^[2]。Raskar 等人用一个预先指定的二进制序列快速开关快门来减小去模糊问题的病态性,他们的方法减小了高频信息的丢失。由于产生运动模糊的因素非常多,有的通过硬件补偿就可以完全消除模糊,但有的并不能消除或者只能部分消除模糊。因此软件恢复的方法是非常必要的,并成为当今的研究热点。在点扩散函数(Point Spread Function, PSF)已知的情况下,用于运动模糊复原的算法有很多种,比如经典的维纳滤波算法,TV 全变分方法等。维纳滤波算法简单且有效,其缺点主要是算法为了抑制噪声而得到的估计值过于平滑而丢失很多细节。全变分复原的理论基于连续模型,处理图像时采用什么样的离散方式能更好逼近全变分模型是一个难点,经典的全变分复原方法在噪声较大的情况下模型的稳态解中有明显的阶梯效应^[3]。Calvetti 等人提出假定图像的 PSF 已知,模糊噪声图像的复原问题可以通过解一个线性系统来解决(广义极小剩余迭代算法,GMRES)^[4]。Ribaric 等人假定圆周中心和运动角速度已知,提出了圆周运动产生模糊图像的复原方法。在 PSF 未知的情况下,可以用盲卷积方法来复原图像。Li 等人提出一种迭代算法不断修正模糊核使最后图像恢复的结果在视觉效果上达到最好。Lu Yuan, Jian Sun 等人利用相机长时间曝光晃动时产生的模糊图像和短曝光时间产生的暗噪声图像,分别提取信息得到最终清晰的图像^[5]。

近年来,稀疏表示模型被广泛的应用于信号和图像处理等领域。稀疏表示是 Olshausen 和 Field 等人在研究人类视觉皮层神经元响应的稀疏性时提出的对自然图像更有效的表示方法^[6-7]。根据稀疏理论,该模型可以通过一组过完备基或冗余字典中很少量元素的线性组合来描述信号。最近也有稀疏表示在图像去模糊中的应用。Ma 设计了一种 MPST (Multi-Pixel Single-Time) 相机,利用泊松奇异积分和 Curvelet 迭代阈值算法对模糊图像进行复原^[8]。Elad 等人在文献[9]中详细阐述了稀疏表示理论在图像处理,如去噪、去模糊、去水印等方面的应用。本文提出一种双字典稀疏复原算法对同时存在运动模糊和噪声的严重退化图像进行复原的方法,得到很好的效果。通过构建 Haar 冗余字典,求解 Haar 稀疏最优化问题抑制运动模糊;由于噪声并没有完全收敛和消除,甚至在 Haar 稀疏的过程中不断加权生成噪声斑(称之为模糊噪斑),故引入第二个冗余字典通过对图像滑动分块进行局部的稀疏最优化来消除模糊噪斑,最后对各分块进行加权得到复原图像。

2 图像退化模型及模型的稀疏表示

2.1 退化模型

图像去模糊是一个病态的反问题,可以看成是低通滤波器、向前向后扩散或者热力学函数的反问题^[8],所以在图像复原过程中,一些小的噪声或者扰动就会导致很多错误。对于运动模糊图像,退化因子包括两个:模糊算子 \mathbf{H} 和噪声算子 \mathbf{N} 。对于清晰图像 \mathbf{x} ,如果噪声模型用白噪声来描述,其图像退化模型可以表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{N}\mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

1993 年 Mallat 和 Zhang 首先提出了信号在过完备库 (overcomplete dictionary) 上分解的思想^[10]。图像的稀疏表示就是图像在这个过完备库(支撑集)上线性展开,这个支撑集要满足大部分基函数的系数为零。稀疏表示理论中称这个支

撑集为字典,支撑集中的每个基函数为原子。若图像 $x \in \mathbf{R}^n$ 是可稀疏的,即存在变换基 D ,用一个稀疏信号 α 就可以表示原图像 x

$$x = D\alpha, \quad (2)$$

其中 $D \in \mathbf{R}^{n \times m}$, $\alpha \in \mathbf{R}^m$ 。 D 是一个过完备字典,字典中的每一列称为原子。因此退化模型可以表示为

$$y = HD\alpha + n. \quad (3)$$

为了得到原图像的估计值 \hat{x} ,只需找到能表示图像 x 最稀疏的向量 α ,求解该问题可以用最优 l_0 范数来解决,即

$$\hat{\alpha} = \arg \min \|\alpha\|_0 \quad \text{s. t. } y = HD\alpha + n, \quad (4)$$

其中 $\|\alpha\|_0$ 表示稀疏向量 α 的 l_0 范数,定义为 α 非零元素的个数。求解最基本的方法有匹配追踪算法(MP)^[11]、正交匹配追踪(OMP)算法^[12]等,文献[13]认为最优 l_0 范数的求解是一个 NP 难问题,并证明了可以用 l_1 范数代替 l_0 范数求解:

$$\hat{\alpha} = \arg \min \|\alpha\|_1 \quad \text{s. t. } y = HD\alpha + n. \quad (5)$$

正则化方法常常用来解决在某种约束条件下,图像处理中的病态问题,则带有稀疏约束条件的正则化形式可表示如下^[14]

$$\min_{\alpha} \|y - HD\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_0, \quad (6)$$

式中第一项是惩罚项以表征恢复图像和原始图像的逼近程度,第二项是稀疏先验信息的正则约束项。如果用 l_1 范数代替 l_0 范数,则

$$\min_{\alpha} \|y - HD\alpha\|_2^2 + \lambda \|\alpha\|_1, \quad (7)$$

求解的方法有基追踪(BP)算法^[15]和迭代阈值算法(IST)^[13]等,本文使用了迭代阈值算法中的PCD(Parallel Coordinate Descent)算法来收敛模糊图像。

2.2 字典 D 的构造

冗余字典 D 的设计是稀疏表示理论中最关键的问题,字典的选取影响到稀疏向量的迭代结果和算法的收敛性。在引言中提到的本文算法包括两个过程,分别是模糊的抑制和消除及模糊噪斑的去除。和噪声相比,图像模糊更多的是像素之间的统计特性和彼此约束,因此在去除模糊时可选用包含全局特性的小波冗余字典 D_{blur} ,在去除模糊噪斑的时候选用基于 patch 训练的含局部特性的字典描述 D_{noise} 。

Haar 小波是具有紧支撑和对称性的正交小波,并且具有最优的时(空)域分辨率。本文选用

Haar 小波作为构造字典 D_{blur} 时的基本小波,将其进行两层分解:首先使用滤波器组 $[0.5 \ 0.5]$ 和 $[0.5 \ -0.5]$ 分别在图像的水平和垂直方向上进行滤波得到四幅图像 (LL, LH, HL, HH) ,其次在 LL 上应用同样的滤波操作,最后得到七幅图像,可看出分解后小波系数矩阵的冗余度达到 $7:1$ 。小波分解过程表示如图 1 所示。

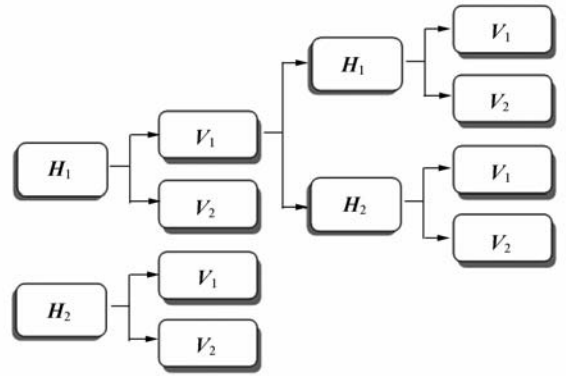


图 1 Haar 小波冗余字典构造,滤波器 H_1, H_2, V_1, V_2 分别为 $[0.5 \ 0.5], [0.5 \ -0.5], [0.5 \ 0.5]^T, [0.5 \ -0.5]^T$

Fig. 1 Construction of overcomplete dictionary with Haar decomposition, and filters marked as H_1, H_2, V_1, V_2 are $[0.5 \ 0.5], [0.5 \ -0.5], [0.5 \ 0.5]^T, [0.5 \ -0.5]^T$

采用离线训练的方法计算^[16-17] D_{noise} 的构造。对给定一个标准的图像集合 U ,需要找到一个合适的过完备基 D ,即 D_{noise} ,使之满足下面优化函数,

$$\min_{D,U} \sum_{i=1}^M [u_i \|\alpha_i\|_0 + \|D\alpha_i - u_i\|_2^2],$$

即对 U 中的每一幅图像 u_i 都能找到最优的稀疏

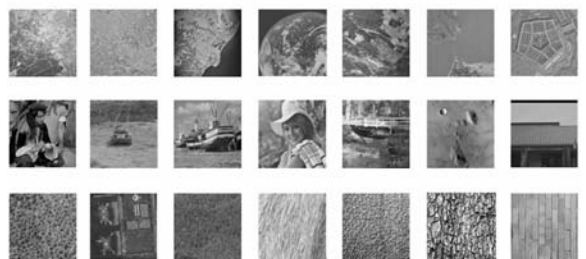


图 2 字典训练所用 USI-SIPI 数据库中的部分图像
Fig. 2 Part of image sequences of USI-SIPI employed in dictionary learning

表示。通过训练图像数据库得到的字典 $\mathbf{D}_{\text{noise}}$ 可以作为一部通用字典重复使用。本文从 USI-SI-PI 数据库中选取了 100 幅标准图像采样 2×10^5 个 patch 训练得到的字典如图 3 所示。

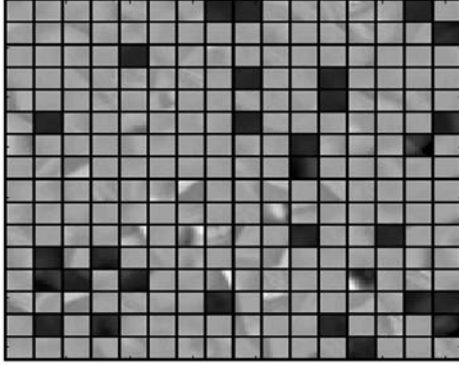


图 3 训练后的字典原子表示

Fig. 3 Atoms of the resulted dictionary

3 PCD 迭代收敛

迭代收缩 (Iterative-Shrinkage/Threshold, IST) 算法^[18] 是信号去噪中经典的 Donoho-Johnston 收缩算法的扩展。IST 算法的核心就是利用前一次的估计值和变换域的阈值处理算子来获得新的估计值。

基于 IST 的算法例如统计估计理论中的 EM (Expectation-Maximization) 算法,最近邻点和代理函数,CD (Coordinate-Descent) 算法等等。本文应用了 PCD 迭代收缩算法,其收敛速度比较快并且可以应用于高维数据^[19]。

假设当前稀疏解为 α_0 , 要更新其第 i 条值,

$$g(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{D}\alpha_0 - \mathbf{d}_i(\mathbf{z} - \alpha_0[i])\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{z}\|_1, \quad (8)$$

其中 \mathbf{d}_i 是字典 \mathbf{D} 的第 i 列,若

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{D}\alpha_0 + \alpha_0[i]\mathbf{d}_i,$$

则优化函数变为

$$g(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{d}_i\mathbf{z}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{z}\|_1 = \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{y}}\|_2^2 - \tilde{\mathbf{y}}^T \mathbf{d}_i \mathbf{z} + \frac{1}{2} \|\mathbf{d}_i\|_2^2 \cdot \mathbf{z}^2 + \lambda \|\mathbf{z}\|_1 = \|\mathbf{d}_i\|_2^2 \left(\frac{1}{2} \left(\mathbf{z} - \frac{\tilde{\mathbf{y}}^T \mathbf{d}_i}{\|\mathbf{d}_i\|_2^2} \right)^2 + \frac{\lambda}{\|\mathbf{d}_i\|_2^2} \right) + C, \quad (9)$$

那么优化后的 \mathbf{z} 值可通过式(10)求解

$$\mathbf{z}_{\text{opt}} = S_{\lambda/\|\mathbf{d}_i\|_2^2} \left(\frac{\tilde{\mathbf{y}}^T \mathbf{d}_i}{\|\mathbf{d}_i\|_2^2} \right) = S_{\lambda/\|\mathbf{d}_i\|_2^2} \left(\frac{1}{\|\mathbf{d}_i\|_2^2} \mathbf{d}_i^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{D}\alpha_0) + \alpha_0[i] \right). \quad (10)$$

当优化一个函数时,会有几个不同的收敛方向,他们的组合也必定是收敛的。因此把 m 次式所述的优化组合起来,可得到

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^m e_i \cdot S_{\lambda/\|\mathbf{d}_i\|_2^2} \left(\frac{1}{\|\mathbf{d}_i\|_2^2} \mathbf{d}_i^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{D}\alpha_0) + \alpha_0[i] \right) = \begin{bmatrix} S_{\lambda/\|\mathbf{d}_1\|_2^2} \left(\frac{1}{\|\mathbf{d}_1\|_2^2} \mathbf{d}_1^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{D}\alpha_0) + \alpha_0[1] \right) \\ \vdots \\ S_{\lambda/\|\mathbf{d}_i\|_2^2} \left(\frac{1}{\|\mathbf{d}_i\|_2^2} \mathbf{d}_i^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{D}\alpha_0) + \alpha_0[i] \right) \\ \vdots \\ S_{\lambda/\|\mathbf{d}_m\|_2^2} \left(\frac{1}{\|\mathbf{d}_m\|_2^2} \mathbf{d}_m^T (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{D}\alpha_0) + \alpha_0[m] \right) \end{bmatrix} = \mathbf{W}(\mathbf{W}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{D}\alpha_0) + \alpha_0) \quad (11)$$

其中 $\mathbf{W} = \text{diag}((\mathbf{H}\mathbf{D})^T \mathbf{H}\mathbf{D})^{-1}$ 包含了 $\mathbf{H}\mathbf{D}$ 中所有列向量的范数,用于计算反投影误差 $(\mathbf{H}\mathbf{D})^T (\mathbf{b} - \mathbf{H}\mathbf{D}\alpha_0)$ 和收敛算子。关于 \mathbf{W} 的计算,在文献 [19]中,作者提出用一组随机向量和 $(\mathbf{H}\mathbf{D})^T$ 相乘

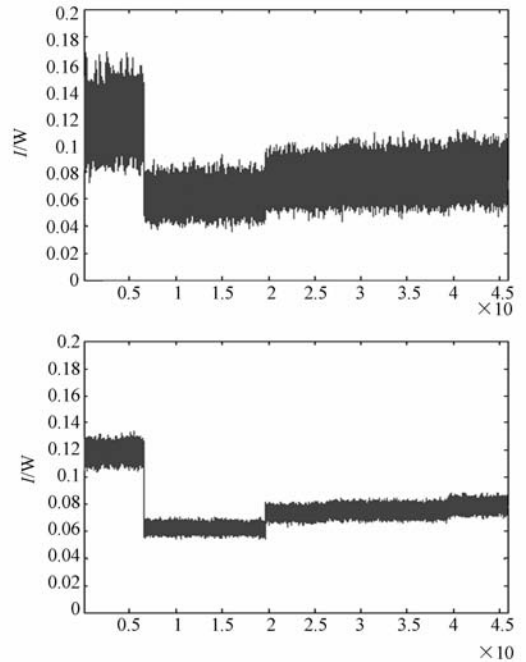


图 4 上图为计算 50 次时 $1/W$ 的分布情况,下图为最后的分布结果

Fig. 4 Distribution of $1/W$ with iterating for 50 times(top) and its final result (bottom)

计算得到的范数,根据此算法 W 的收敛情况如图 4 所示。

4 噪声分块收敛

经过 PCD 迭代算法进行复原后得到的图像模糊已经减弱,但是噪声在去模糊过程中不断得到加权而放大,如图 5 所示。



图 5 去模糊后的噪声加权图像

Fig. 5 Weighted deblurred image by the noise

为了消除噪斑,对复原的图像进行了第二次稀疏变换,引入第二个字典 D_2 即用 D_2 将复原得到的图像进行线性表示。如 2.2 节中所述,字典 D_2 是通过一组图像进行训练得到^[20]的。对于 3 节所述算法去模糊后的图像 f 通过分块矩阵 P 进行分块。设块的大小为 n ,则需解决如下优化问题,

$$\min_{D,U} \left\{ \sum_{ij} \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0 + \sum_{ij} \|\mathbf{D}\alpha_{ij} - \mathbf{P}_{ij}f\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{y} - \mathbf{f}\| \right\}, \quad (12)$$

(1) 首先固定 $\mathbf{y} = \mathbf{f}$ 只进行 α 的更新,即

$$\min_{D,U} \left\{ \sum_{ij} \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0 + \sum_{ij} \|\mathbf{D}\alpha_{ij} - \mathbf{P}_{ij}f\|_2^2 \right\}.$$

(2) 利用 OMP 算法迭代更新稀疏向量集合 α_{ij} ^[21],即对任一图像块 $\mathbf{P}_{ij}f$ 求

$$\min_{\alpha_{ij}} \|\alpha_{ij}\|_0 \quad \text{s. t.} \quad \|\mathbf{P}_{ij}f - \mathbf{D}\alpha_{ij}\|_2^2 \leq C\sigma^2,$$

式中 σ 为去模糊后噪声方差,噪声方差去模糊前和去模糊后存在一定的关系,在此假定 $C = \sigma/\sigma_0$, 本文取 C 值为 0.8。

(3) 更新的 α_{ij} 代入式(12),加入 \mathbf{y} 和 \mathbf{f} 的约束项,即

$$\min_{D,U} \left\{ \sum_{ij} \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0 + \sum_{ij} \|\mathbf{D}\alpha_{ij} - \mathbf{P}_{ij}f\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{y} - \mathbf{f}\| \right\}$$

解析解为:

$$\hat{\mathbf{f}} = \left(\lambda \mathbf{I} + \sum_{ij} \mathbf{P}_{ij}^T \mathbf{P}_{ij} \right)^{-1} \left(\lambda \mathbf{y} + \sum_{ij} \mathbf{P}_{ij}^T \mathbf{D} \hat{\alpha}_{ij} \right). \quad (13)$$

5 实验结果及分析

在实验中,选取图像的分辨率为 256×256 , 分别用平移运动模糊算子对图像进行退化处理,并引入高斯白噪声得到严重降质的图像,如图 6 所示。两组实验中,PCD 迭代收敛 30 次,噪声分块收敛 3 次。实验分别与经典的维纳滤波复原算法和经典全变分复原方法进行了比较。

图 7 组实验为标准的 Cameraman 图片,运动模糊退化半径为 20 pixel,角度为 45° ,噪声方差为 40,图 8 组实验为飞机停留在跑道上的图像,运动模糊退化半径为 15 pixel,角度为 45° ,噪声方差为 40。分别用维纳复原算法和全变分方法对降质图像进行了复原,并和本文的实验结果进行了对比。可以清楚地看到,当图像经过迭代阈值收缩后,模糊和噪声已经得到有效抑制,图像质量明显改善。

表 1 实验一的复原效果评价指标比较

Tab. 1 Evaluation criteria of different algorithms in experiment I.

评价指标	SNR/db	PSNR/db
退化图像	5.52	11.10
维纳滤波	6.23	10.27
全变分	9.18	14.76
本文方法	12.57	17.16

表 2 实验二的复原效果评价指标比较

Tab. 2 Evaluation criteria of different algorithms in experiment II.

评价指标	SNR/db	PSNR/db
退化图像	17.39	19.66
维纳滤波	15.28	16.12
全变分	19.22	21.50
本文方法	24.15	26.41

从仿真结果可以看出,维纳滤波复原算法对噪声比较敏感,噪声方差的选取误差会严重影响复原的质量,这对于参数估计的复原是致命缺陷;经典全变分复原由于算法在对模糊去除的时候,噪声点作为局部特征参与了梯度运算,因此造成了复原图像和原图像的明亮度差异明显,并且复原效果的阶梯效应严重。

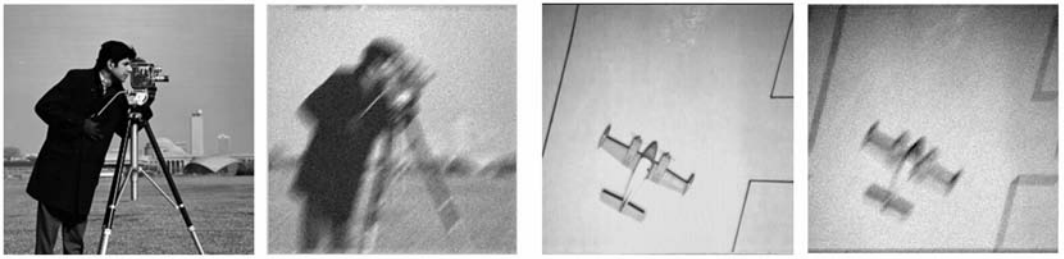


图 6 实验图像和运动模糊退化图像

Fig. 6 Original image and motion-blurred image



(a) 维纳滤波复原

(b) 经典全变分复原

(c) 本文算法

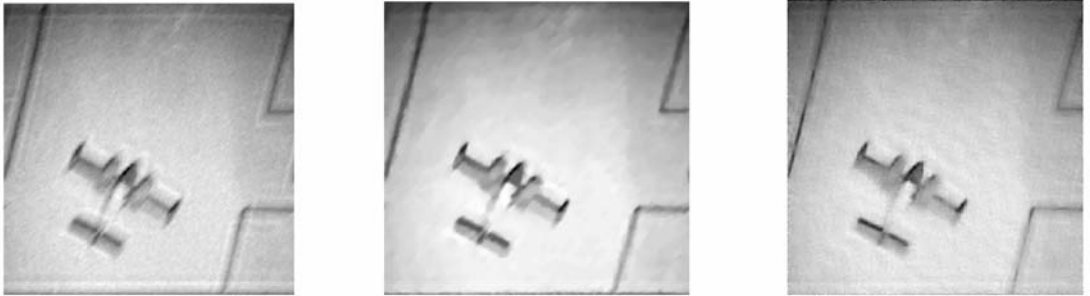
(a) Wiener filter restoration

(b) Classical total variation restoration

(c) Proposed method

图 7 实验 I:3 种算法的复原效果对比,退化参数为模糊半径 20,角度 45°,噪声方差 40

Fig. 7 Experiment I: restoration comparison of three algorithms in experiment parameters with blur radius of 20 pixels, blur angle of 45° and noise variance of 40.



(a) 维纳滤波复原

(b) 经典全变分复原

(c) 本文算法

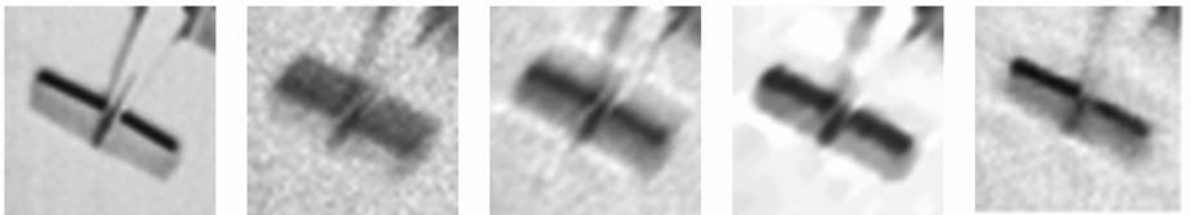
(a) Wiener filter restoration

(b) Classical total variation restoration

(c) Proposed method

图 8 实验 II:3 种算法的复原效果对比,退化参数为模糊半径 15,角度 45°,噪声方差 20

Fig. 8 Experiment II: restoration comparison of three algorithms in experiment with blur radius of 15 pixels, blur angle of 45° and noise variance of 20.



(a) 原图

(b) 退化图像

(c) 维纳滤波算法

(d) 经典全变分算法

(e) 本文算法

(a) Original image

(b) Blurred image

(c) Wiener filter restoration

(d) Classical total variation

(e) Proposed method

图 9 机翼部分的细节特征对比

Fig. 9 Comparison of wing part's details

从以上两组实验可以看出,用本文提出的算法对图像复原后,复原图像的 SNR 值和 PSNR 值都有显著提高,从图 9 所示的机翼部分的细节特征对比能看到图像的边缘细节也能得到保留。

6 结 论

本文提出了一种在稀疏表示理论框架下针对

运动模糊图像的双字典稀疏复原算法,该算法能有效去除运动模糊,并在抑制噪声的同时保留边缘细节,复原效果较好。但是字典的选取仍有待进一步研究,选取和构造什么样的字典能最有效地表示图像,并取得最好的复原效果至关重要。综合整个算法,认为下一步的工作应探讨和研究在图像复原的稀疏框架中,把对模糊图像进行两次稀疏表示的流程整合到一个模型中。

参考文献:

- [1] HAMAMOTO T, AIZAWA K. A computational image sensor with adaptive pixel-based integration time[J]. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 2001, 36(4):580-585.
- [2] BEN-EZRA M, NAYAR S K. Motion-based motion deblurring[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(6): 689.
- [3] 张欢. 运动模糊图像复原的全变分方法研究[D]. 西安: 西北大学, 2009.
- ZHANG H. *Research of total variance method for restoration of motion-blurred images* [D]. Xi'an: Northwest University, 2009. (in Chinese)
- [4] CALVETTI D, LEWIS B, REICHEL L. Restoration of images with spatially variant blur by the GMRES method[J]. *SPIE*, 2000, 4116:364-374.
- [5] YUAN L, SUN J, QUAN L, et al.. Image deblurring with blurred/noisy image pairs[C]. *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, 2007, 26(3):1-10.
- [6] OLSHAUSEN B A. Emergence of simple-cell receptive field properties by learning a sparse code for natural images[J]. *Nature*, 1996, 381(6583):607-609.
- [7] OLSHAUSEN B A, FIELD D J. Sparse coding with an overcomplete basis set: A strategy employed by V1[J]. *Vision research*, 1997, 37(23):3311-3325.
- [8] MA J, LE DIMET F X. Deblurring from highly incomplete measurements for remote sensing[J]. *Geoscience and Remote Sensing*, *IEEE Transactions on*, 2009, 47(3):792-802.
- [9] ELAD M, FIGUEIREDO M A T, MA Y. On the role of sparse and redundant representations in image processing[J]. *IEEE*, 2010, 98(6):972-982.
- [10] MALLAT S G, ZHANG Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(12):3397-3415.
- [11] BERGEAUD F, MALLAT S. Matching pursuit of images [J]. *Wavelet Analysis and Its Applications*, 1998, 7:285-300.
- [12] PATI Y C, REZAIFAR R, KRISHNAPRASAD P. Orthogonal matching pursuit: recursive function approximation with applications to wavelet decomposition [C]. *Conference on Signals, Systems and Computers*, 1993:40-44.
- [13] DONOHO D L, ELAD M, TEMLYAKOV V N. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(1):6-18.
- [14] RANDALL P A. *Sparse recovery via convex optimization* [D]. California Institute of Technology, 2009.
- [15] CHEN S S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1999, 20(1):33-61.
- [16] 浦剑, 张军平. 基于词典学习和稀疏表示的超分辨率方法[J]. *模式识别与人工智能*, 2010, 23(3): 335-340.
- PU J, ZHANG J P. Super-resolution through dictionary learning and sparse representation [J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2010, 23(3):335-340. (in Chinese)
- [17] 肖泉, 丁兴号, 王守觉, 等. 基于自适应超完备稀疏表示的图像去噪方法[J]. *仪器仪表学报*, 2009, 30(9): 1886-1890.
- XIAO Q, DING X H, WANG SH J, et al.. Image denoising based on adaptive over-complete sparse representation [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2009, 30(9):1886-1890. (in Chinese)

- [18] FADILI M, STARCK J L. Sparse representation-based image deconvolution by iterative thresholding [J/OL]http://www.oamp.fr/conf/ada4/pub/19/S/ADAIV_Fadili.pdf. 2007.
- [19] ELAD M. *Sparse and Redundant Representations: From Theory to Applications in Signal and Image Processing* [M]. New York: Springer Verlag, 2010.
- [20] ELAD M, AHARON M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(12):3736-3745.
- [21] 薛明. 压缩感知及稀疏性分解在图像复原中的应用研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2009.
- XUE M. *Application research of compressive sensing and sparse decomposition in image restoration* [D]. Xi'an: Xidian University, 2009. (in Chinese)

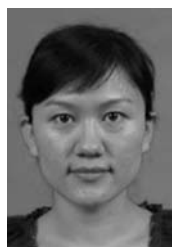
作者简介:



冯亮(1985—),男,山东济南人,博士研究生,2007年于山东大学获得学士学位,2009年于北京理工大学获得硕士学位,主要从事图像复原和图像识别方面的研究。E-mail: finalion@bit.edu.cn



许廷发(1968—),男,黑龙江肇东人,教授,博士生导师,主要从事光电成像探测与识别等方面的研究。Email: ciom_xtf1@bit.edu.cn



石明珠(1986—),男,山东菏泽人,博士研究生,主要从事图像复原等方面的研究。



赵峰(1974—),男,山东日照人,副研究员,主要从事通信理论、信息处理、信息理论等研究。E-mail: zhaofeng@guet.edu.cn

通讯作者:



王平(1952—),男,辽宁沈阳人,北京理工大学光电学院教授,博士生导师,主要从事光学设计等方面的研究 E-mail: wangp@bit.edu.cn

(本栏目编辑:李树军)